



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 22 OCTUBRE DE 2009

“LOS DISTINTOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN”

| |
|---|
| AUTORÍA MARIA DEL CARMEN CABRERA MARTÍN |
| TEMÁTICA MATEMATICAS |
| ETAPA ESO |

Resumen

Es necesario conocer los distintos sistemas de numeración en la historia, ya sea porque se siguen utilizando en la actualidad, como es el caso de los números romanos, o porque de ellos se derivan hechos tan cotidianos como puede ser el sistema horario (con base 60). También existen sistemas de numeración que conviven actualmente con el sistema decimal y son de gran importancia, como puede ser el sistema binario, octal o hexadecimal, en los que se basa la tecnología actual.

Palabras clave

Sistemas de numeración.

Símbolos.

Base.

1. INTRODUCCIÓN

Los símbolos más conocidos son los números: 0, 1, 2, 3, 4,... pero existen otros sistemas en los que se utilizan letras, X, V, I... o jeroglíficos como en el sistema de numeración egipcio. Los distintos sistemas de numeración utilizan símbolos distintos, aunque en todos ellos se da el concepto de base: cuando se alcanza un determinado número se hace una marca distinta que los representa a todos ellos. Este número es la base. Se sigue añadiendo unidades hasta que se vuelve a alcanzar por segunda vez el número anterior y se añade otra marca de la segunda clase. Cuando se alcanza un número determinado de estas unidades de segundo orden, las decenas en caso de base 10, se añade una de tercer orden y así sucesivamente.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 22 OCTUBRE DE 2009

La base que más se ha utilizado a lo largo de la Historia es 10 según todas las apariencias por ser ese el número de dedos con los que contamos. Aunque en el caso de la numeración babilónica se que usaba 10 y 60 como bases y en la numeración maya se usaba 20 y 5 pero con alguna irregularidad.

1.2. Introducción histórica

Los egipcios hace 5000 años ya tenían su propio sistema de numeración, basado en una escala numérica de base 10 y un sistema iterativo.

El sistema de numeración chino era esencialmente decimal con dos sistemas de notación distintos. Uno basado en un sistema a base de “varillas” o “cifras de bambú” y otro basado en una serie de símbolos distintos para cada una de las potencias de 10.

Para los griegos la numerología era algo místico, así se muestra en la frase de Pitágoras: “Todo es número”. En Grecia deben haber existido dos sistemas de numeración basados en una escala de base 10. El sistema “ático” o “herodiánico” que se basaba en un sistema iterativo parecido al egipcio, y el sistema “jonico” o “alfabético” que parece basado en el principio posicional.

Aunque nuestro sistema de numeración fue introducido en Europa por los árabes, fue la India quien acuñó el sistema de numeración de la civilización actual, gracias al descubrimiento de que el valor posicional del sistema babilónico era aplicable al sistema decimal.

Casi todos los sistemas utilizados representan con exactitud los números enteros, pero no permiten en general efectuar operaciones tan sencillas como la multiplicación, requiriendo procedimientos muy complicados que sólo estaban al alcance de unos pocos iniciados. Esto provocó la oposición de los abacistas a la introducción del sistema de numeración actual en Europa, aportando razones como que siendo el cálculo algo complicado en sí mismo, tendría que ser un método diabólico aquel que permitiese efectuar las operaciones de forma tan sencilla. De modo que se creó un enfrentamiento entre “abacistas” y “algoristas”, apoyados estos últimos por autores como Leonardo de Pisa (1180-1250) más conocido como Fibonacci quien en su obra *Liber Abaci*, hace un tratado completo de los métodos algebraicos árabes. Este conflicto culminó con la victoria de los algoristas en el siglo XVI.

2. SISTEMAS DE NUMERACIÓN ADITIVOS.

Los sistemas aditivos son aquellos que acumulan los símbolos de todas las unidades, decenas,... como sean necesarios hasta completar el número. Normalmente se pueden poner los símbolos en cualquier orden, aunque no es así en el caso de la numeración romana, donde como regla general los símbolos de la numeración romana se escriben y leen de izquierda a derecha y se ubican de mayor a menor valor.

Han sido de este tipo las numeraciones egipcia, sumeria, hitita, cretense, azteca (de base 20), romana y las alfabéticas de los griegos, armenios, judíos y árabes.

2.1 Sistema de Numeración Egipcio.

Desde el tercer milenio A.C. los egipcios usaron un sistema de escribir los números en base 10 utilizando los jeroglíficos. Tenían un símbolo diferente para la unidad, la decena, un centenar, un millar, para diez millares, cien millares y un millón.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 10 | 100 | 1000 | 10000 | 100000 | 1000000 |

Ilustración 1: Simbología egipcia.

Se usaban tantos de cada uno cómo fuera necesario y se podían escribir indistintamente de izquierda a derecha, al revés o de arriba abajo, cambiando la orientación de las figuras según el caso.

Por ejemplo, para escribir el número 276, se necesitaban dos símbolos de 100, siete símbolos de 10 y seis símbolos de uno. En el caso del número 4622, se necesitaban cuatro símbolos de 1000, seis símbolos de 100, dos símbolos de 10 y dos símbolos de unidades. Estos dos ejemplos: 276 y 4622 en jeroglífico, están esculpidos en una piedra de Karnak del 1500 A. C. y que ahora esta en el Louvre de París. Al ser indiferente el orden se escribían a veces según criterios estéticos, y solían ir acompañados de los jeroglíficos correspondientes al tipo de objeto (animales, prisioneros, vasijas,...) cuyo número indicaban.

2.2 Sistema de Numeración Griego.

Hacia el 600 A.C. se desarrollo el primer sistema de numeración griego. Consistía en un sistema de base decimal en el que se usaban los símbolos tantas veces como fuera necesario. Se trata de un sistema acrofónico ya que para representar el 5, 10 y 100 se utilizan las letras correspondientes a la inicial de la palabra cinco (pente), diez (deka) y mil (Khiloi)

La unidad y los números hasta el cuatro se representan usando trazos verticales. Para representar los símbolos de 50, 500 y 5000 se obtienen añadiendo el signo de 10, 100 y 1000 al de 5, usando un principio multiplicativo.

| | | | | | | | |
|---|----|-----|------|---|---|---|---|
| I | II | III | IIII | ⌒ | ⌒ | ⌒ | ⌒ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

| | | | | | | |
|----|----------------|----------|----------------|------|----------------|----------|
| △ | ⌒ [Ⓜ] | <u>H</u> | ⌒ [Ⓜ] | × | ⌒ [Ⓜ] | <u>M</u> |
| 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 | 5000 | 10000 |

Ilustración 2: Simbología griega.

Progresivamente el sistema anterior (ático) fue reemplazado por el jónico, en el que se emplean las 24 letras del alfabeto griego junto con algunos otros símbolos. Al usarse las letras del alfabeto para denominar los símbolos del sistema de numeración ocurre que, los números parecen palabras y las palabras tienen significado numérico. Esto hizo que surgiera una nueva disciplina mágica, que estudiaba la relación entre los números y las palabras. Llegando a ser relativamente importante en algunas sociedades como la judía y la árabe, donde se ha conseguido una disciplina aparte: la kábala.

2.3 Sistema de Numeración Romano

Se desarrolló en la antigua Roma y se utilizó en todo su imperio. Como símbolos se usan siete letras mayúsculas a las que se ha asignado un valor numérico. Como regla general se escriben y leen de izquierda a derecha y son ubicados de mayor a menor valor.

| | | | | | | | |
|---------|---|---|----|----|-----|-----|-------|
| Letras | I | V | X | L | C | D | M |
| Valores | 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1.000 |

Reglas:

1. Al ser un sistema aditivo, se suman los valores de las letras.

Ej. XI = 10+1 = 11.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 22 OCTUBRE DE 2009

2. Se colocan a la izquierda las letras de mayor valor y a la derecha las de menor valor.
Ej. VI = 5 + 1 = 6.
3. Las letras M, C, X, I se pueden repetir y colocar hasta tres veces seguidas.
Ej. III = 1 + 1 + 1 = 3.
4. Las letras D, L, V se pueden colocar a la derecha para ser sumado su valor, pero solo una vez.
Ej. CCLIII = 253.
5. Las letras I, X, C colocadas a la izquierda de una de mayor valor resta su valor, solo se puede colocar una vez.
 - La letra I colocada a la izquierda de V o de X le resta 1.
Ej. IV = 5 - 1 = 4; IX = 10 - 1 = 9
 - La letra X colocada a la izquierda de L o de C le resta 10.
Ej. XL = 50 - 10 = 40; XC = 100 - 10 = 90
 - La letra C colocada a la izquierda de D o de M le resta 100.
Ej. CD = 400; CM = 900
6. Las letras D, L, V no se pueden colocar a la izquierda para restar.
7. El valor de una expresión queda multiplicado por mil poniendo una raya horizontal encima. Si se ponen dos rayas queda multiplicado por un millón.

Este sistema no permite que se puedan realizar las operaciones de forma simple, por lo que el uso actual de los números romanos ha quedado restringido a algunas aplicaciones.

3. SISTEMAS DE NUMERACIÓN HÍBRIDOS.

En estos sistemas se combina el principio aditivo con el multiplicativo. Si para representar 700 los sistemas aditivos recurren a 7 representaciones de 100, los híbridos utilizan la combinación del 7 y el 100. El orden en la escritura de las cifras es ahora fundamental para evitar confusiones.

Además del chino clásico han sido sistemas de este tipo el asirio, arameo, etíope, el tamil, el malayalam y el cingalés. Como ejemplo de sistema de numeración híbrido esta el sistema de numeración chino.

3.1 Sistema de Numeración Chino.

Se empezó a usar aproximadamente desde el 1500 A.C. Se trata de un sistema decimal que usa la combinación de los números hasta el 10 con la decena, centena, millar y decena de millar para según el principio multiplicativo representar 300, 500, 8000,... Tradicionalmente se ha escrito de arriba abajo aunque también se hace de izquierda a derecha. No es necesario un símbolo para el cero y el orden de escritura es fundamental.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|---|
|  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

| | | | | | |
|--|--|--|--|---|--|
|  |  |  |  |  |  |
| 8 | 9 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |

Ilustración 3: Simbología china.

4. SISTEMAS DE NUMERACIÓN POSICIONALES.

En estos sistemas la posición de una cifra nos dice si son decenas, centenas,... o en general la potencia de la base correspondiente.

4.1 Sistema de Numeración Babilónico.

Apareció por vez primera alrededor de 1900-1800 A.C. Aunque tenía un sistema decimal interno prefirieron utilizar 60 como la segunda unidad más pequeña, por tanto se trata de un sistema sexagesimal posicional.

Los números del sistema se representaban con sólo dos símbolos: una cuña vertical V que representaba a la unidad y una cuña horizontal < para el número 10. Estas cuñas resaltaban en tablillas de las cuñas de arcilla, por los palitos inclinados, y tomaban forma de prisma.

Se ponían tantas unidades como fuera necesario hasta llegar a 10, como se muestra en la tabla:

| | | | | | | | | |
|---|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| V | VV | VVV |
| | | | V | VV | VVV | VVV | VVV | VVV |
| | | | | | | V | VV | VVV |

Ilustración 4: Simbología babilónica.

Una vez se llegaba a 10 se usaba la cuña horizontal hasta llegar a 60, de forma acumulativa. A partir de ahí se usaba un sistema posicional en el que los grupos de signos iban representando sucesivamente el número de unidades 60, 60x60, 60x60x60...

Aún hoy dividimos 1 hora en 60 minutos, y 1 minuto en 60 segundos. Exactamente igual, dividimos la circunferencia en 360 partes, llamadas grados, un grado lo dividimos en 60 minutos, en tanto que un minuto en 60 segundos.

4.2 Sistema de Numeración Maya.

Inventaron un sistema de numeración como instrumento para medir el tiempo y no para hacer cálculos matemáticos. Por lo tanto, los números mayas tienen que ver con los días, meses y años.

Las cantidades son agrupadas de 20 en 20, se trata de un sistema de base 20 con el 5 como base auxiliar. La unidad se representaba por un punto. Dos, tres y cuatro puntos servían para 2,3 y 4. El 5 era una raya horizontal, a la que se añadían los puntos necesarios para representar 6, 7, 8 y 9. Para el 10 se usaban dos rayas, y de la misma forma se continúa hasta el 20 con 4 rayas.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

Ilustración 5: Simbología maya.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 22 OCTUBRE DE 2009

4.3 Sistema binario, octal y hexadecimal.

Se trata de los sistemas que utilizan los ordenadores por excelencia. El hombre usa el sistema decimal, debido a la simple razón de que tiene diez dedos entre las dos manos. A menudo se usa el cinco como base de numeración auxiliar. La palabra dígito y dedo tienen la misma raíz latina, por eso usamos una numeración con 10 dígitos o dedos.

En el caso del sistema binario, es como si sólo tuvieran un dedo, su unidad básica de memoria, el bit, sólo puede tomar dos valores, inactivo o activo, y se codifican como 0 y 1, respectivamente.

Por ejemplo, veamos el número binario 0010110.

El sistema octal usa ocho dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7. Este es el sistema de numeración que usaríamos si tuviéramos manos de cuatro dedos.

Por ejemplo, un número en octal sería 512.

El sistema hexadecimal usa 16 dígitos, los dígitos de 0 a 9 y para los otros seis se usan las letras A, B, C, D, E y F, que tienen valores 10, 11, 12, 13, 14 y 15, respectivamente. Se usan indistintamente mayúsculas y minúsculas.

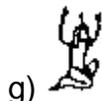
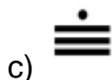
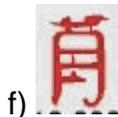
Por ejemplo, un número hexadecimal 4FA3DD.

5. ACTIVIDADES CON EL ALUMNADO.

5.1 Se propone al alumnado reconocer a que tipo de sistema de numeración pertenecen los símbolos mostrados a continuación:

a) 00011010

e) 4F30AD



d) XI



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 22 OCTUBRE DE 2009

5.2 Se propone una actividad de conversión del sistema decimal, al sistema romano, binario y hexadecimal:

- a) 13
- b) 25
- c) 84
- d) 983

5.3 Se propone convertir los siguientes números decimales a un sistema de numeración aditivo y otro posicional:

- a) 7
- b) 61
- c) 12
- d) 60

7. BIBLIOGRAFÍA.

- Ifrah, Geoges (1998): *Historia universal de las cifras*. Espasa Calpe S.A. ISBN 84-239-9730-8
- R Calinger, *A conceptual history of mathematics* (Upper Straddle River, N. J., 1999).
- G Ifrah, *A universal history of numbers: From prehistory to the invention of the computer* (London, 1998).
- G G Joseph, *The crest of the peacock* (London, 1991).
- Fomin, S. V., *Sistemas de numeración*.
- Ian Stewart, *Historia de las matemáticas, Crítica, 2008. ISBN 978-84-8432-369-3 p. 12-13*

Autoría

- Nombre y Apellidos: Maria del Carmen Cabrera Martín
- Centro, localidad, provincia: Málaga.
- E-mail: emsy84@gmail.com